

Predicción de variables dasométricas mediante modelos lineales mixtos y datos de LiDAR aerotransportado

Prediction of dasometric variables using linear mixed models and airborne LiDAR data

Alma Delia Ortiz-Reyes*
Efraín Velasco-Bautista
Arian Correa-Díaz

Centro Nacional de Investigación Disciplinaria en Conservación y Mejoramiento de Ecosistemas Forestales, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Ciudad de México, México.

Gregorio Ángeles-Pérez

Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo km 36.5 Carretera México-Texcoco, Montecillo, Estado de México. 56230, México.

*Autor para correspondencia: ortiz.delia@inifap.gob.mx

Resumen

La estimación adecuada de parámetros dasométricos como área basal (AB), biomasa aérea (B) y volumen maderable (VOL) en bosques bajo manejo es un requisito primordial para cuantificar el papel de los bosques en la mitigación del cambio climático. En este contexto, los inventarios forestales representan la técnica general para estimar los parámetros dasométricos, sin embargo, representan un mayor consumo de tiempo y recursos. Por su parte, el uso de datos derivados de sensores remotos en la predicción de dichas variables ofrece un abanico de posibilidades como herramienta auxiliar en las actividades forestales. El objetivo de este trabajo fue obtener un modelo estadístico para cada variable forestal de interés: área basal, biomasa aérea y volumen maderable en un bosque templado bajo manejo en el municipio de Zacualtipán, Hidalgo, México, mediante el uso de modelos lineales mixtos y métricas del sistema LiDAR (Light Detection And Ranging) aerotransportado como variables predictoras. Se consideró que las unidades de muestreo en conglomerados presentan correlación espacial respecto a las mismas distribuidas de manera independiente en el terreno. Las métricas relacionadas a la altura y densidad de la vegetación presentaron las mayores correlaciones de Pearson (0.52 – 0.86) con la variable dasométrica de interés y estas fueron empleadas como predictores en los modelos ajustados. Los resultados indican que el efecto aleatorio del conglomerado y una función de varianza aplicados a los modelos mejoró significativamente la heterocedasticidad presente, toda vez que incluyó la correlación espacial de los sitios. Este trabajo muestra el potencial de usar modelos lineales mixtos para aprovechar la dependencia entre los sitios de un mismo conglomerado y mejorar las estimaciones tradicionales que no modelan esta relación jerárquica.

Palabras clave: Área basal, biomasa aérea, correlación espacial, volumen maderable.

Abstract

Adequate estimation of dasometric parameters such as basal area (AB), above-ground biomass (B), and timber volume (VOL) in managed forests is a primary requirement to quantify the role of forests in mitigation climate change mitigation. In this context, forest inventories represent the general technique to estimate dasometric parameters, however, they represent a greater consumption of time and resources. Using data derived from remote sensors in the dasometric modeling offers huge possibilities as an auxiliary tool in forestry activities. The objective of this work was to obtain a statistical model for each forest variable of interest: basal area, above-ground biomass and timber volume in a temperate forest under management in Zacualtipán, Hidalgo, Mexico, using linear mixed models and LiDAR (Light Detection And Ranging) data as predictor variables. For this, we consider that the cluster sampling units have spatial correlation with respect to them distributed independently in the field. Metrics derived from LiDAR data were used to fit the models. The metrics related to height and density of the vegetation presented the highest Pearson correlations ($r = 0.52 - 0.86$) with the different dasometric variables and these were used as predictors in the adjusted models. The results indicated that the random effect of the cluster and the use of variance function significantly improved the heteroscedasticity, since the spatial correlation of the sites was included. This work showed the potential of using linear mixed models to take advantage of the dependency between sites in the same cluster and improve traditional estimates that do not model this hierarchical relationship.

Keywords: Basal area, above-ground biomass, spatial correlation, volume.

Introducción

Los ecosistemas forestales son importantes sumideros de carbono. La captura de carbono que realizan los bosques ha generado interés entre diversos actores sociales y de la comunidad científica como un enfoque de mitigación pues se considera una forma relativamente económica de afrontar los efectos del cambio climático (Thomas & Martin, 2012; Mendoza-Ponce, Corona-Núñez, Kraxner, Leduc & Patricio, 2018).

Dentro de este contexto de cambio climático, las predicciones de las variables forestales son esenciales para apoyar las estrategias de planeación forestal en diferentes niveles y con múltiples propósitos. En este sentido, los inventarios forestales son una fuente importante de información, diseñados para apoyar aspectos administrativos y de manejo, no obstante, han evolucionado en actividades de manejo forestal sostenible, biodiversidad, conservación de suelo y agua, secuestro de carbono atmosférico, entre otros (Kangas & Maltamo, 2006). Sin embargo, la implementación de inventarios forestales de manera tradicional implica tiempo y costos elevados, debido a que las mediciones de campo son un requisito indispensable para la calibración de los modelos en la predicción de variables forestales de interés (Sun, Li, Wang & Fan, 2019). En los últimos años ha aumentado el uso de información proveniente de sensores remotos debido a la disminución de costos y al aumento de la precisión adecuada en las estimaciones de las variables dasométricas de interés (Chi *et al.*, 2017). Los sistemas de percepción remota, que operan desde distintas plataformas, son capaces de adquirir datos de manera sinóptica, sistemática y repetitiva; además de estar georreferenciados y ofrecer información a través de diferentes bandas espectrales y escalas espacio-temporales. Tal es el caso de LiDAR (Light Detection And Ranging) que detecta la respuesta reflejada de los objetos que son iluminados a partir de fuentes de energía generada de manera artificial, lo que permite medir con precisión variables dasométricas como la altura de los árboles y predecir otras como el área basal, el área de la copa, la densidad arbórea, el volumen maderable y la biomasa aérea (Hall, Burke, Box, Kaufmann & Stoker, 2005).

En la actualidad, existe la necesidad de explorar enfoques que mejoren las predicciones de las variables dasométricas de interés aprovechando la relación de las mediciones en campo y los datos de sensores activos disponibles en la zona de estudio. De esta forma, se considera que las unidades de muestreo en conglomerados presentan correlación espacial respecto a las mismas distribuidas de manera independiente en el terreno (Calama & Montero, 2005).

En este sentido, los modelos lineales mixtos o modelos jerárquicos son una opción para abordar la predicción de variables dasométricas a partir de datos derivados de LiDAR (Fu *et al.*, 2020; Leite *et al.*, 2020), considerando que los sitios de muestreo tienen una estructura agrupada dentro de un conglomerado, la cual debe ser incorporada en la modelación. De esta manera, se espera que los sitios dentro de un mismo conglomerado tengan un patrón de crecimiento similar en área basal, biomasa aérea y volumen, mientras que los sitios de otros conglomerados pueden presentar un patrón diferente. Esta agrupación tiene que ser considerada ya que las observaciones en las unidades de muestreo no son independientes, lo cual generalmente es asumido en la modelación tradicional utilizando regresión lineal múltiple (Calama & Montero, 2005).

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo fue obtener un modelo estadístico para cada variable forestal de interés: área basal (AB), biomasa aérea (B) y volumen maderable (VOL) en un bosque templado en el municipio de Zacualtipán, Hidalgo, México, incluyendo métricas de LiDAR como variables predictoras y que considere la correlación espacial de los sitios de muestreo. El rendimiento de dichos modelos se comparó con la modelación tradicional utilizando regresión lineal múltiple, la cual ignora dicha correlación.

Materiales y Métodos

Área de estudio

La zona de estudio está ubicada en el sitio de monitoreo intensivo de flujos de CO₂ de Atopixco, Hidalgo, delimitado por una cuadrícula de 3 por 3 km y comprende diversos ejidos además de propiedad privada (Figura 1). La región presenta topografía variable; desde zonas elevadas con pendientes suaves, hasta terrenos con pendientes

pronunciadas. El clima predominante es C(fm)w”b(e)g, templado-húmedo con una estación marcada de lluvias entre junio y octubre. Los tipos de vegetación presentes son el bosque de niebla, los bosques de pino y de pino-encino. Entre las especies dominantes se encuentran: *Pinus patula*, *Quercus crassifolia*, *Q. affinis*, *Q. laurina*, *Q. sartori*, *Q. excelsa* (Ángeles *et al.*, 2011).

Obtención de datos y procesamiento

En 2013, se establecieron 40 conglomerados con un diseño sistemático estratificado por conglomerado similar al implementado por la Comisión Nacional Forestal (Conafor, 2010), integrado por 4 sitios equidistantes del centro. Cada conglomerado representa un círculo de 1 ha con un radio de 56.42 m, las cuatro unidades de muestreo secundarias o sitios corresponden a un área de 400 m² con radio de 11.28 m. Los conglomerados tienen diferentes tamaños en sus unidades de muestreo secundarias, sólo se consideraron aquellas unidades con correspondencia entre información de campo y lo registrado por el sistema LiDAR. En campo, las mediciones de cada sitio incluyeron altura total (m), especie y diámetro normal para todos los árboles mayores a 5 cm. Mientras que el área basal (AB) para cada árbol se generó directamente, la biomasa aérea (B) y el volumen (VOL) se obtuvieron partir de modelos individuales desarrollados previamente en la zona de estudio (Carrillo, Acosta y Tenorio, 2004; Figueroa, Ángeles, Velázquez y De los Santos, 2011; Soriano-Luna, Ángeles-Pérez, Martínez-Trinidad, Plascencia-Escalante y Razo-Zárate, 2015). Tanto los valores de área basal, biomasa aérea y volumen, así como las métricas de LiDAR se procesaron a nivel de sitio. Para mayor referencia consultar el trabajo de Ortiz-Reyes *et al.* (2015).

Se utilizaron los datos LiDAR adquiridos en 2013 por la National Aeronautics & Space Administration (NASA) mediante el sistema aerotransportado Goddard’s LiDAR, Hyperspectral & Thermal Imager (G-LiHT), los cuales cubren completamente el sitio de monitoreo (Cook *et al.*, 2013). El procesamiento de datos LiDAR fue a través del programa FUSION/LVD versión 3.6 + (McGaughey, 2016). Se extrajeron las nubes de puntos de cada parcela y de ellas se obtuvieron las

las métricas (100 métricas) con información de diferentes criterios estadísticos que describen la distribución vertical de la vegetación dentro de la parcela. En el Cuadro 1 se enlista la descripción de algunas métricas relevantes.

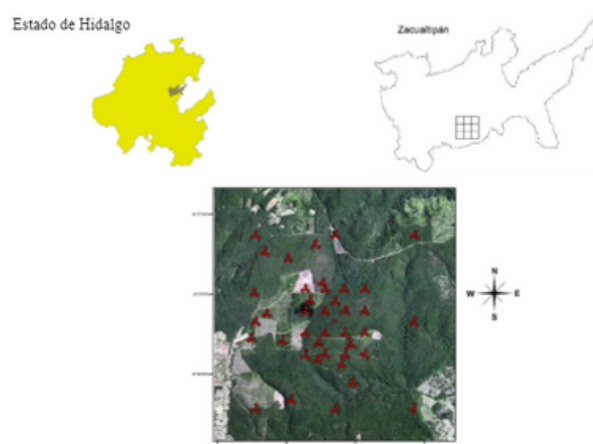


Figura 1. Geolocalización de los sitios de muestreo (puntos rojos) en el sitio de monitoreo intensivo de flujos de CO₂.

Cuadro 1. Descripción de las métricas LiDAR.

Tipo de métrica	Métrica LiDAR	Descripción
Métricas de densidad	Percall_retabmean	Porcentaje de todos los retornos sobre la altura media
	Ind_pen_laser	Índice de penetración laser (Total de los primeros retornos por encima de la altura de corte/Contero total de retornos)
Percentiles de altura	ElevP50	Elevación del percentil 50
	ElevP70	Elevación del percentil 70
	ElevP95	Elevación del percentil 95
Métricas descriptivas de altura	Elev_mean	Altura media
	Elev_stddev	Desviación estándar de la altura

Modelos lineales mixtos

Para la modelación estadística, se seleccionaron dos métricas LiDAR (variables predictoras) que presentaron el mayor coeficiente de correlación de Pearson con la variable dasométrica de interés (AB, B y VOL) además, se consideró su relevancia probada en otros estudios (Pezuzzi, Wynne, Fox, Nelson & Thomas, 2012; Soriano-Luna *et al.*, 2018). Posteriormente, utilizando un modelo lineal mixto se estableció la relación entre la variable dependiente e independientes tomando en cuenta que las unidades de muestreo (sitios) están asociados en un conglomerado y este último, es un factor de agrupamiento. Para las tres variables de interés (AB, B y VOL) se inició ajustando un modelo de efectos mixtos con un intercepto aleatorio, con un solo nivel de agrupamiento y k predictores fijos. El modelo se resume a continuación:

$$y_{ki} = (b_0 + a_k) + b_1 x_{1ki} + \dots + b_p x_{pki} + \varepsilon_{ki} \quad (\text{Ec. 1})$$

La parte $b_0 + b_1 x_{1ki} + \dots + b_p x_{pki}$ es la parte fija y $a_k + \varepsilon_{ki}$ es la parte aleatoria. En el modelo lineal mixto las observaciones de un mismo grupo (conglomerado) están correlacionados espacialmente.

Posteriormente, se consideró que no solo el intercepto fuera aleatorio, sino también la pendiente. Asumiendo que tanto las constantes como los coeficientes fueran aleatorios en el modelo, se agregaron otros predictores en la parte aleatoria de tal forma que el modelo se definió como:

$$y_{ki} = b_0 + b_1 x_{1ki} + \dots + b_p x_{pki} + a_{0k} + a_{1k} x_{1ki} + a_{qk} x_{qki} + \varepsilon_{ki} \quad (\text{Ec. 2})$$

Donde: $b_0 + b_1 x_{1ki} + \dots + b_p x_{pki}$ es la parte fija y $a_{0k} + a_{1k} x_{1ki} + a_{qk} x_{qki} + \varepsilon_{ki}$ es la parte aleatoria.

Para contrarrestar problemas de heterocedasticidad, se modeló la estructura de varianza mediante la función “varPower” a los modelos ajustados (Zuur, Ieno, Walker, Saveliev & Smith, 2009). Considerando que la varianza incrementa conforme la variable respuesta incrementa (presencia de heterocedasticidad), las métricas de LiDAR se usaron como variables predictoras para la función de varianza y se aplicó el método VarPower. Esta función se emplea si la covariable de varianza no toma valores de cero. En este estudio las covariables de varianza (Porcentaje de todos los retornos por encima de la altura media -Percall_retabmean- para AB, Elevación del percentil 70 -ElevP70- para B y Elevación del percentil 50 -ElevP50- para VOL) presentaron valores por encima de cero.

Se probaron diferentes variables predictoras para obtener la mejor estructura del modelo con base en el AIC (Criterio de información de Akaike) y BIC (criterio de información bayesiano), además del valor de R^2 marginal y R^2 condicional. La primera se refiere a la varianza explicada por los efectos fijos, y la segunda, a la varianza explicada tanto por los efectos fijos como aleatorios (Nakagawa & Schielzeth, 2013).

La estimación de los parámetros se realizó primero con el método ML (Maximum Likelihood) para comparar los efectos fijos y los modelos finales se ajustaron con el método REML (Restricted maximum likelihood) de la librería nlme (Pinheiro,

Bates, DebRoy, Sarkar, & Team, 2021) del programa estadístico R (R Development Core Team, 2021).

Resultados y discusión

Correlación entre las métricas LiDAR y las variables dasométrica de interés

Del total de métricas evaluadas (100 métricas), aquellas que describen la estructura horizontal del sitio Percall_retabmean) y las relacionadas a la altura (Elev70 y ElevP50) fueron las variables con mayor correlación con AB, B y VOL, respectivamente. En el Cuadro 2 se enlista las variables utilizadas en los modelos lineales mixtos y sus coeficientes de correlación.

Cuadro 2. Descripción de las métricas y correlaciones de Pearson (r) con el área basal, biomasa aérea y volumen.

Variable dasométrica	Métrica LiDAR	Descripción	r
Área basal	Percall_retabmean	Porcentaje de todos los retornos sobre la altura media	0.86
	ElevP95	Elevación del percentil 95	0.58
	ElevP70	Elevación del percentil 70	0.82
Biomasa aérea	Percall_retabmean	Porcentaje de todos los retornos sobre la altura media	0.79
	ElevP50	Elevación del percentil 70	0.86
Volumen	Ind_pen_laser	Índice de penetración laser (Total de los primeros retornos por encima de la altura de corte:Contero total de retornos	0.52

Modelos lineales mixtos

La información de agrupamiento se usó para calibrar los modelos mixtos a nivel conglomerado usando la información de la varianza de los sitios muestreados dentro del conglomerado. Los coeficientes de los tres modelos se presentan en el Cuadro 3. En general, el efecto aleatorio que ejerce el conglomerado sobre los sitios mejoró el rendimiento de los modelos.

Cuadro 3. Parámetros estimados y errores estándar (entre paréntesis) para área basal, biomasa aérea y volumen.

Parámetro	Área basal m ² ha ⁻¹	Biomasa aérea Mg ha ⁻¹	Volumen maderable m ³ ha ⁻¹
Intercepto fijo	-3.64 (1.05)	-56.87 (10.43)	-114.50 (14.28)
Pendiente fija métrica LiDAR	0.62 (0.03)	5.57 (1.03)	18.47 (1.36)
Predictor fijo métrica LiDAR	0.27 (0.06)	2.35 (0.26)	171.05 (26.96)
Varianza del intercepto aleatorio	6.32	2289.70	3243.62
Varianza de la pendiente aleatoria		20.51	47.38
Varianza residual	0.11	33.14	4.95
RMSE	3.96	17.84	34.15
R ² marginal	0.92	0.796	0.85
R ² condicional	0.999	0.991	0.99

En el caso del área basal la estructura que rindió mejores resultados fue el modelo con intercepto aleatorio y pendiente fija, en donde todos los parámetros fueron significativos (p < 0.005). Las dos métricas de LiDAR: Percall_retabmean y ElevP95 fueron predictores adecuados y los valores difieren por conglomerado de forma aleatoria.

En el caso de la biomasa aérea y volumen maderable, la estructura del modelo que rindió los mejores resultados fue el modelo con pendiente e intercepto aleatorio. De igual manera, los parámetros del componente fijo fueron significativos ($p < 0.005$); tanto los predictores de la biomasa aérea (ElevP70 y Percall_retabmean) como los del volumen (Elevp50 y el ind_pen_laser) y la pendiente en ambos casos difieren por conglomerado en forma aleatoria.

A pesar de incluir la edad de los sitios muestreados como variable predictora en los modelos ajustados, y con base en la contribución significativa que aporta a la predicción de las variables de interés (Soriano-Luna *et al.*, 2018), esta variable no mejoró el rendimiento de los modelos presentados, además de no ser significativo ($p > 0.05$).

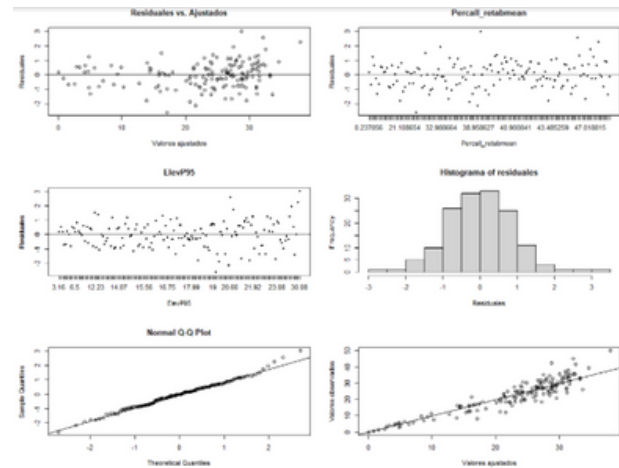
En la figura 2, se presenta el análisis gráfico del comportamiento de los residuales normalizados para los tres diferentes modelos: AB, B y VOL, respectivamente. Se observó que, la estructura de varianza mejoró el problema de heterocedasticidad presente en los datos para AB y VOL y marginalmente en B (biomasa aérea). La función de varianza “varPower” utilizada en este trabajo ha demostrado ser útil en otros estudios donde utilizan métricas LiDAR como predictores en modelos no lineales mixtos, en donde la heterocedasticidad se redujo significativamente (Salas, Ene, Gregoire, Næsset, & Gobakken, 2010; Fu *et al.*, 2020).

En el modelo de B la prueba Anderson-Darling ($p=0.04996$) sugirió, con un límite muy estrecho, que los residuales no cumplen los supuestos de normalidad, sin embargo, la transformación de variables no fue una opción considerada en este trabajo debido al sesgo que se incluye regresar a sus unidades originales a la variable transformada. Además, hubo una importante mejora utilizando la función de varianza VarPower, y las gráficas no muestran una violación severa de heterogeneidad. No obstante, sería adecuado estudiar las relaciones complejas entre la biomasa aérea y las métricas de LiDAR a través de modelos no lineales.

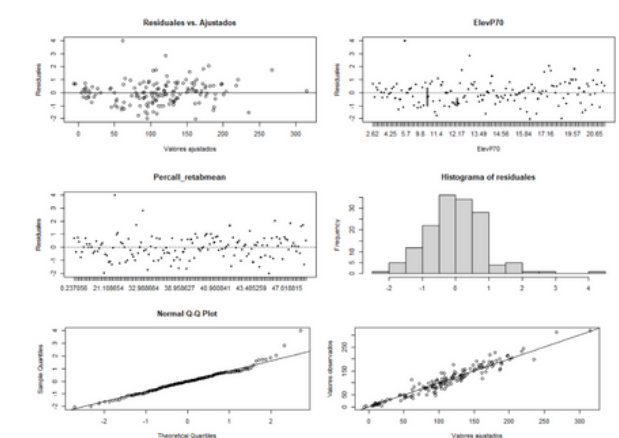
Es importante notar que los modelos incluyen dos métricas que están relacionadas con la altura y la densidad de la vegetación y estas reflejan la variabilidad de las condiciones del sitio de monitoreo intensivo. Establecer el conglomerado como efecto aleatorio, el cual está relacionado a las

condiciones del sitio, permitió considerar las características de agrupación existentes y las variaciones de los atributos forestales en cada sitio, lo que representa una mejora en los modelos. Una tendencia similar se presenta en los estudios de Calama & Montero, (2005) y Leite *et al.*, (2020).

a) Área basal ($m^2 ha^{-1}$)



b) Biomasa aérea ($Mg ha^{-1}$)



c) Volumen maderable ($m^3 ha^{-1}$)

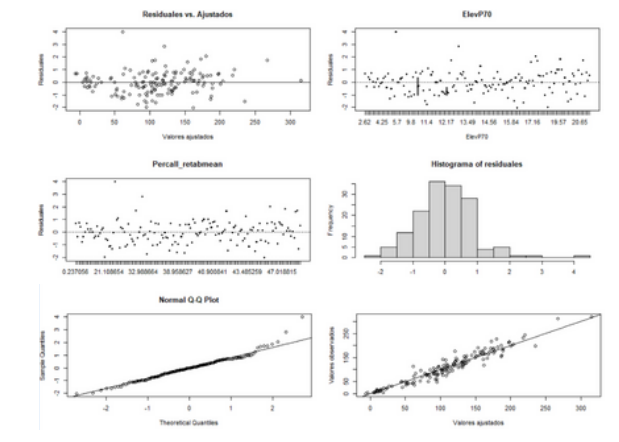


Figura 2. Análisis gráfico de los residuales para los tres diferentes modelos a) área basal, b) biomasa aérea y c) volumen.

Finalmente, en la figura 3 se presenta una comparación de gráficas de valores observados contra predichos mediante modelos lineal múltiples y los modelos lineales mixtos. Se observa que el coeficiente de correlación (r) incrementó para el caso de las predicciones realizadas mediante el modelo lineal mixto al incluir el efecto del conglomerado en el modelado. Como se mencionó anteriormente, en un modelo mixto se asume que existe más semejanza entre observaciones de un mismo grupo que entre grupos, entonces, incluir el nivel de agrupamiento como efecto aleatorio fue capaz de incrementar la precisión de las predicciones con respecto a las obtenidas con un modelo lineal múltiple. Toda vez que se consideró la no independencia y la correlación de las unidades de muestreo dentro de conglomerados, a diferencia de los modelos lineales simples.

Conclusiones

Se desarrolló un modelo lineal mixto para la estimación del área basal, otro para la biomasa aérea y otro para el volumen maderable en el sitio de monitoreo intensivo de flujos de CO_2 de Atopixco, Hidalgo que incluyen la relación espacial de ubicación de sitios de muestreo dentro de conglomerados. Los datos de LiDAR se utilizaron para obtener las métricas que describen la estructura de la vegetación con una alta resolución espacial y de ellas las métricas de densidad y de altura sirvieron como variables predictoras de los modelos. La introducción de la estructura agrupada del conglomerado como efecto aleatorio mejoró el rendimiento de los modelos de AB, B y VOL. Problemas de heterocedasticidad se redujeron para los modelos de AB y VOL al introducir una función de varianza de potencia con las métricas de LiDAR como predictores y para el modelo de B se observó una ligera heterogeneidad. Aprovechar la correlación entre los sitios de un mismo conglomerado puede mejorar las estimaciones de AB, B y VOL, en comparación con la modelación tradicional que asume su independencia.

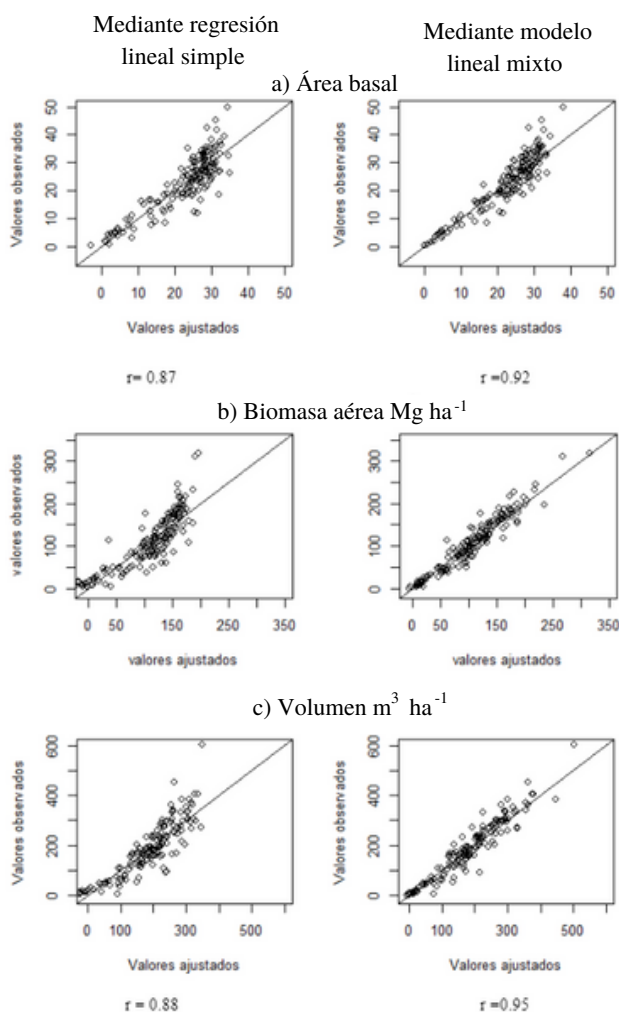


Figura 3. Gráficas de valores observados contra predichos mediante regresión lineal y los modelos lineales mixtos ajustados para a) área basal, b) biomasa aérea y c) volumen. r : coeficiente de correlación.

Literatura citada

- Ángeles-Pérez, G., C. Wayson, R. Birdsey, J. R. Valdez-Lazalde, H. De los Santos-Posadas y O. Plascencia-Escalante. 2011. *Sitio intensivo de monitoreo de flujos de CO₂ a largo plazo en bosques bajo manejo en el centro de México*. En: Memorias III Simposio Internacional del Carbono en México. 12 al 14 de octubre. México, Resumen No. 5.4.
- Calama, R., & G. Montero, (2005). Multilevel linear mixed model for tree diameter increment in stone pine (*Pinus pinea*): a calibrating approach. *Silva Fenn*, 39(1), 37-54.
- Carrillo A. F., M. Acosta-Mireles. y G. Tenorio. 2004. Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham. en el Estado de Hidalgo. Folleto Técnico No. 2. Inifap Sagarpa. 16 p.
- Chi, H., G. Sun, J. Huang, R. Li, X. Ren, W. Ni & A. Fu. (2017). Estimation of forest aboveground biomass in Changbai Mountain region using ICESat/GLAS and Landsat/TM data. *Remote Sensing*, 9(7), 707.
- Conafor (Comisión Nacional Forestal). 2010. Inventario Nacional Forestal y de Suelos, manual y procedimientos para el muestreo en campo, remuestreo 2010. Zapopan, Jalisco, México. 140 p.
- Cook, B., L. A. Corp, R. F. Nelson, E. M. Middleton, D. C. Morton, J. T. McCorkel, J. G. Masek, K. J. Ranson, V. L. & P. M. Montesano. (2013). NASA Goddard's LiDAR, Hyperspectral and Thermal (G-LiHT) Airborne Imager. *Remote Sensing*, 5(8), 4045-4066.
- Figueroa N., C.M., G. Ángeles-Pérez, A. Velázquez-Martínez. y H. M. De los Santos-Posadas. 2011. Estimación de la biomasa en un bosque bajo manejo de *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 1(1):105-112.
- Fu, L., G. Duan, Q. Ye, X. Meng, P. Luo, R. P. Sharma, H. Sun, G. Wang & Q. Liu. (2020). Prediction of individual tree diameter using a nonlinear mixed-effects modeling approach and airborne LiDAR Data. *Remote Sensing*, 12(7), 1066.
- Hall, S. A., I. C. Burke, D. O. Box, M. R. Kaufmann & J. M. Stoker. (2005).
- Estimating stand structure using discrete-return lidar: an example from low density, fire prone ponderosa pine forests. *Forest Ecology and Management*, 208(1-3), 189-209. doi:10.1016/j.foreco.2004.12.001
- Kangas, A., & M. Maltamo. (2006). *Forest inventory: methodology and applications* (Vol. 10): Springer Science & Business Media.
- Leite, R. V., C. A. Silva, M. Mohan, A. Cardil, D. R. Alves-Almeida, S. Carvalho, . . . C. Klauberg. (2020). Individual tree attribute estimation and uniformity assessment in fast-growing Eucalyptus spp. forest plantations using lidar and linear mixed-effects models. *Remote Sensing*, 12(21), 3599.
- McGaughey, R. J. (2016). FUSION/LDV LIDAR Analysis and visualization software (Version 3.6 +).
- Mendoza-Ponce, A., R. Corona-Nunez, F. Kraxner, S. Leduc & P. Patrizio, P. (2018). Identifying effects of land use cover changes and climate change on terrestrial ecosystems and carbon stocks in Mexico. *Global environmental change*, 53, 12-23.
- Nakagawa, S., & H. Schielzeth. (2013). A general and simple method for obtaining R² from generalized linear mixed-effects models. *Methods in ecology and evolution*, 4(2), 133-142.
- Ortiz-Reyes, A. D., J. R. Valdez-Lazalde, H. M. De los Santos-Posadas, G. Ángeles-Pérez, F. Paz-Pellat & T. Martínez-Trinidad. (2015). Inventario y cartografía de variables del bosque con datos derivados de LiDAR: comparación de métodos. *Madera y bosques*, 21(3), 111-128.
- Peduzzi, A., R. H. Wynne, T. R. Fox, R. F. Nelson & V. A. Thomas. (2012). Estimating leaf area index in intensively managed pine plantations using airborne laser scanner data. *Forest Ecology and Management*, 270, 54-65. doi:https://doi.org/10.1016/j.foreco.2011.12.048
- Pinheiro, J., D. Bates, S. DebRoy, D. Sarkar & R. C. Team. (2021). nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. Retrieved from <https://CRAN.R-project.org/package=nlme>

- Salas, C., L. T. Ene, T. G. Gregoire, E. Næsset & T. Gobakken. (2010). Modelling tree diameter from airborne laser scanning derived variables: A comparison of spatial statistical models. *Remote Sensing of Environment*, 114(6), 1277-1285. doi:<https://doi.org/10.1016/j.rse.2010.01.020>
- Soriano-Luna, M. A., G. Ángeles-Pérez, T. Martínez-Trinidad, F.O. Plascencia-Escalante y R. Razo-Zárate. 2015. Estimación de biomasa aérea por componente estructural en Zacualtipán, Hidalgo, México. *Agrociencia* 49:423-438.
- Soriano-Luna, M. A., G. Ángeles-Pérez, M. Guevara, R. Birdsey, Y. Pan, H. Vaquera-Huerta, R. Vargas. (2018). Determinants of above-ground biomass and its spatial variability in a temperate forest managed for timber production. *Forests*, 9(8), 490.
- Sun, X., G. Li, M. Wang & Z. Fan. (2019). Analyzing the uncertainty of estimating forest aboveground biomass using optical imagery and spaceborne LiDAR. *Remote Sensing*, 11(6), 722.
- Team, R. D. C. (2021). R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria. Retrieved from <https://www.R-project.org/>
- Thomas, S. C., & A.R. Martin. (2012). Carbon content of tree tissues: a synthesis. *Forests*, 3(2), 332-352.
- Zuur, A., E. N. Ieno, N. J. Walker, A. A. Saveliev & G. M. Smith. (2009). *Mixed effects models and extensions in ecology with R*: Springer Science & Business Media.