

Investigación de operaciones para desarrollar procesos de optimización en manejo forestal: determinación en campo de modelos multivariados

Operations research to develop optimization processes in forest management:
Field determination of multivariate models

Carlos Manuel Guzmán Paredes*
Agustín Gallegos Rodríguez
Efrén Hernández-Álvarez

Centro Universitario de Ciencias Biológicas y Agropecuarias, Departamento de Producción Forestal, Universidad de Guadalajara, Zapopan, Jalisco, México.

Héctor Jesús Contreras Quiñones

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Departamento de Madera, Celulosa y Papel, Universidad de Guadalajara, Zapopan, Jalisco, México.

*Autor para correspondencia: carlos.gparedes@academicos.udg.mx

Resumen

La técnica más utilizada de la investigación de operaciones es la programación lineal, y uno de los algoritmos más ampliamente usados en este ámbito es el método simplex. El manejo de ecosistemas forestales es un campo idóneo para la implementación de modelos de optimización, pues normalmente se deben cumplir metas claras y los recursos disponibles por lo regular son limitados. Los aspectos involucrados son complejos, se pueden tener varias rutas de acción, y es importante tomar siempre la mejor decisión. El método simplex, una vez que se tiene la función objetivo y se establecen las restricciones, permite considerar todas las posibilidades, y tomar la decisión que brinde las mayores ventajas. Sin duda, una decisión mal tomada puede ocasionar perjuicios al ecosistema forestal y pérdidas económicas, por lo que una herramienta que ayude en esta labor siempre será una gran aliada. Una vez que se ha formulado el problema en términos matemáticos, normalmente se requiere software o lenguajes de programación especializados, lo que puede ser un problema si está en campo y el acceso a un equipo de cómputo y de conectividad a internet no es el más adecuado. Los dispositivos móviles como teléfonos celulares, tabletas y calculadoras programables se han convertido en pequeñas computadoras a un precio accesible, con procesadores cada vez más potentes y una buena cantidad de memoria. Esto aunado a la disponibilidad de aplicaciones del método simplex, o incluso la capacidad de programarlo directamente en estos dispositivos, hace posible tener en la palma de la mano herramientas que antes requerían computadoras muy sofisticadas. En este trabajo se revisan las opciones actualmente disponibles para correr el método simplex, tanto de manera analítica como gráfica, en dispositivos portátiles. Este tema es de interés tanto para el profesionalista como para el estudiante del sector forestal.

Palabras clave: Investigación de operaciones, Manejo de ecosistemas forestales, Método simplex, Programación lineal, Herramientas de toma de decisiones.

Abstract

The most widely used technique in operations research is linear programming, and one of the most widely used algorithms in this field is simplex method. The management of forest ecosystems is an ideal field to implement optimization models, since clear goals must normally be met, and the available resources are usually limited. The aspects involved are complex, several routes of action can be taken, and it is important in order to make the best decision. The simplex method, once objective function and restrictions are established, allows to consider all the possibilities, and make the decision that provides the greatest advantages. Undoubtedly, a wrong decision can cause damage to forest ecosystem and economic losses, so a tool that helps in this work will always be a great ally. Once the problem has been formulated in mathematical terms, software or programming languages specialized are usually required, which can be a problem if access to computer equipment and internet connectivity is not the most appropriate. Mobile devices such as cell phones, tablets, and programmable calculators have become small computers at an affordable price, with increasingly powerful processors and a good amount of memory. This, coupled with availability of applications of simplex method, or even the ability to program it directly on these devices, makes it possible to have in the palm of hand tools that previously required very sophisticated computers. This work reviews the options currently available to run simplex method, both analytically and graphically, on portable devices. This topic is of interest to both professional and student of forestry sector.

Keywords: Decision-making tools, Forest ecosystem management, Linear programming, Operations research, Simplex method.

Introducción

Continuamente deben tomarse decisiones que maximicen o minimicen alguna cantidad, siempre se desea el mayor rendimiento en la producción de materias primas o bienes de consumo, así como disminuir el desperdicio de materiales o el impacto ambiental (Kaya *et al.*, 2016). Los servicios que prestan los ecosistemas forestales normalmente son a escala regional, y requieren una planeación e implementación que logren el máximo beneficio para la comunidad. En la mayoría de las ocasiones los recursos son limitados, y además las legislaciones son cada vez más estrictas en el impacto que estas actividades tienen en los bosques (Yamada, 2020). Así pues, la planeación de los programas de manejo forestal no es una labor sencilla, pues deben considerarse aspectos sociales, ambientales, administrativos, económicos y legales (Segura *et al.*, 2014).

Este tipo de situaciones se aborda mediante la investigación de operaciones, sobresaliendo la técnica de la programación lineal. El algoritmo más utilizado es el denominado método simplex, desarrollado por George Dantzig durante la Segunda Guerra mundial, en la que era vital una adecuada distribución y aprovechamiento de materiales con restricciones crecientes (Nieuwenhuis, 1989). Actualmente existe una gran variedad de paquetes de software especialmente diseñados para la programación lineal; dada la importancia creciente que ha mostrado, incluso las hojas de cálculo más utilizadas, como Microsoft Excel y LibreOffice Calc cuentan con una herramienta de optimización, llamada Solver. La hoja de cálculo de Google no cuenta con esta opción, pero existen complementos que pueden brindar esta funcionalidad. Lamentablemente, las versiones de estos programas para dispositivos móviles son limitadas y no contienen herramientas para llevar a cabo tareas de optimización de recursos.

Con el paso del tiempo los dispositivos móviles se han convertido literalmente en computadoras poderosas que se llevan en el bolsillo o en un maletín de mano. Actualmente tienen una gran cantidad de memoria RAM y de almacenamiento, así como sistemas operativos poderosos que simplifican la forma en que se interactúa con estos aparatos.

Aunada a esta potencia, hay también un grupo de programadores que han desarrollado aplicaciones de programación lineal para estos dispositivos.

El objetivo de este trabajo es analizar la funcionalidad de las aplicaciones móviles para la elaboración de programas de manejo en el ámbito forestal, sobre todo considerando un uso de cómputo demandante. No se trata de resolver situaciones con dos o tres variables, sino de cientos de ellas con sus respectivas restricciones. Se parte de la premisa que el profesional forestal está en campo, sin disponibilidad a equipos de cómputo, y sin conexión a internet. De esta forma, se obtendrá información que puede ser útil para las personas responsables de establecer programas de manejo en sistemas con muchas interacciones, y que se encuentran con limitaciones importantes de hardware y software especializado.

Materiales y Métodos

Se utilizaron teléfonos celulares y tabletas con los sistemas operativos Android e iOS, recientes y de hace algunos años para verificar el rendimiento, y establecer si son útiles para un trabajo de cómputo demandante. Teléfonos celulares: Motorola® G4 Plus (lanzado en 2016) con Android 7.0, 2 GB de RAM, y iPhone 6 Plus (lanzado en 2014) con iOS 12.5.4, 1 GB de RAM. Tablet: Samsung® Galaxy Tab A7 (lanzada en 2020) con Android 11, 3 GB de RAM, y iPad Air 3ª Generación (lanzado en 2019) con iOS 14.7, 3 GB de RAM. En lo que respecta a calculadoras programables, se utilizó la HP Prime de Hewlett-Packard®, segunda generación (lanzada en 2018) con firmware versión 2.1.14433 (año 2020). Es importante mencionar que esta calculadora puede tenerse de manera virtual en los dispositivos móviles, tanto Android como iOS, pues Hewlett-Packard ofrece el emulador oficial. No es gratuito, tiene un costo que oscila entre el 10% y 20% del precio de la calculadora.

De las tiendas Play Store (Google®) y App Store (Apple®) se descargaron alrededor de ocho aplicaciones de cada una, con las que puede trabajarse el método simplex. Se comentarán únicamente las que fueron más fáciles de usar y dieron los mejores resultados sin el uso de internet. No se tomaron en cuenta aplicaciones que, si bien

son gratuitas, muestran anuncios, lo que requiere el uso de internet y consumen recursos de manera innecesaria.

En cuanto a las situaciones que se consideraron para los cálculos, se trata de dos casos de programas de manejo forestal, con diferentes grados de complejidad. En ambas situaciones se desea obtener el volumen máximo de madera aserrada, cumpliendo ciertas condiciones que se indicarán más adelante. Los análisis de este tipo son clásicos en la implementación de la programación lineal al ámbito forestal; se adaptaron del trabajo de Liittschwager y Tcheng (1967). Para el primer caso se requiere trabajar con dos variables, por lo que puede resolverse incluso a mano y también con el método gráfico; el segundo caso comprende 15 variables, por lo que se requiere de muchos más cálculos. Para establecer los límites de los dispositivos se plantearon y ejecutaron problemas con 100, 150 y 200 variables, con sus restricciones y variables de holgura.

Caso 1

Un aserradero tiene varias plantaciones, en zonas con diferentes rendimientos de madera. Por el momento se trabaja en dos de estas plantaciones a las que tiene acceso una cuadrilla. La primera tiene un tamaño de 100 ha y produce 5,670 m³ de madera aserrada, mientras que la segunda es de 120 ha y de ella se pueden obtener 11,850 m³.

La cuadrilla requiere trabajar en un mínimo de 100 ha, con un margen de hasta el 20%. Se necesita además hacer cortas en las dos plantaciones, y debido a la gran diferencia de rendimientos, establecieron que en la primera plantación trabajarán en una proporción mayor o igual a la mitad de la segunda.

Se requiere establecer el plan de corte en cada plantación, para obtener la mayor cantidad de madera aserrada, cumpliendo las condiciones establecidas.

Caso 2

Un pequeño aserradero ejidal tiene una plantación de 1000 ha, dividida en cinco zonas de acuerdo con las características de la región. El tamaño de cada zona, y la estimación del rendimiento de madera

aserrada para los próximos tres años, se muestran en el Cuadro 1.

Debe establecerse un programa manejo que produzca el volumen máximo de madera en los próximos tres años. En este tiempo cada zona puede aprovecharse al 100% una sola vez, y el número máximo de hectáreas que se pueden cortar durante cada año es de 450, debido a la capacidad de la maquinaria y mano de obra. No pueden cortarse menos de 300 ha al año, para mantener un nivel mínimo de empleo en la comunidad.

Cuadro 1. Tamaño y rendimiento en tres años de las cinco zonas que componen la plantación.

ZONA	TAMAÑO, ha	VOLUMEN DE MADERA ASERRADA, m ³		
		AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3
1	100	5,670	8,740	10,160
2	120	11,850	13,810	15,640
3	160	13,520	16,390	22,320
4	220	35,600	32,530	26,130
5	400	44,490	53,580	52,900

Rendimiento para el momento del año en el que se hace la corta.

Obviamente, entre más grande sea la plantación, en más zonas esté dividida, y el programa de manejo quiera determinarse para un plazo de tiempo más largo, el número de variables crecerá considerablemente, haciendo más difícil la planeación.

Resultados y discusión

Caso 1

Es una situación sencilla que puede plantearse de la siguiente manera:

Maximizar $z = 5,670x + 11,850y$ sujeto a las siguientes restricciones:

$$100x + 120y \geq 100 \tag{1}$$

$$100x + 120y \leq 120 \tag{2}$$

$$x \geq y/2 \tag{3}$$

$$x \leq 1 \tag{4}$$

$$y \leq 1 \tag{5}$$

$$x \geq 0 \tag{6}$$

$$y \geq 0 \tag{7}$$

En donde x es la fracción de la primera plantación a la que se hará corta, y la fracción de la segunda. La función objetivo es z , y se desea obtener su valor máximo dadas las restricciones. La primera, $100x + 120y \geq 100$, indica que el número de hectáreas que deben cortarse son 100 o más, mientras la segunda condición establece que no pueden ser más de 120 ha. La tercera restricción implica que la fracción que se corte de la primera plantación debe ser al menos la mitad de la segunda, tal y como se ha establecido.

Como las variables x e y son fracciones y no porcentajes, deben ser iguales o menores a uno (restricciones cuatro y cinco), y obviamente no pueden ser números negativos, por lo que deben ser iguales o mayores a cero (restricciones seis y siete). Este caso puede resolverse con el método gráfico, y es muy fácil de implementar en cualquier dispositivo móvil. En este sentido se recomienda Desmos (Desmos, 2021), aplicación gratuita disponible para iOS y Android, que grafica desigualdades de manera más eficiente que Geogebra (Geogebra, 2021). En la figura 1 se muestra la gráfica de las restricciones; en uno de los vértices del área en la que convergen todas las desigualdades, llamada región factible, se encuentra la solución óptima.

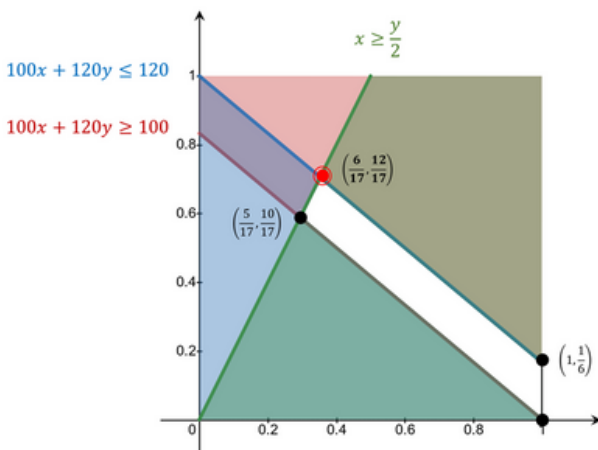


Figura 1. Región factible (en blanco) del caso 1, todos los puntos en esta zona cumplen con las restricciones. En problemas de este tipo, la solución óptima (el mayor volumen de madera) se encuentra en uno de los vértices de la región factible; en este caso se indica con el punto en color rojo.

De la figura 1 se desprende que de la primera plantación debe cortarse $6/17$, o el 35.3% de las 100 ha, y de la segunda $12/17$, o 70.6% de las 120 ha. De esta forma, se deberá hacer la corta en 35.3 ha de la primera plantación y 84.7 ha de la segunda, para un total de 120 ha. El volumen de madera aserrada que se obtiene es de $10,365.0 \text{ m}^3$. Ningún otro programa de manejo puede dar una cantidad mayor, así que se tiene la certeza que se obtuvo la producción máxima dadas las condiciones de trabajo.

Evidentemente, el problema no está planteado en la forma canónica, pues no todas las restricciones son del tipo \leq . Aquí comienzan las primeras diferencias entre las aplicaciones que se revisaron, pues algunas requieren que el problema esté en forma canónica.

Esto en realidad no supone un gran problema, pues se puede hacer fácilmente invirtiendo las desigualdades cuando sea necesario; por ejemplo, $100x + 120y \geq 120$, se transforma en $-100x - 120y \leq -120$. Si se tienen muchas variables esto puede volverse confuso, y sería fácil cometer errores.

Así que se tiene un primer criterio para seleccionar aplicaciones: que permitan planteamientos que no estén en la forma canónica. Para complicar la situación, algunas de ellas no tienen un teclado dedicado. Es decir, que no se tienen a la mano los símbolos necesarios para introducir el problema de optimización, sino que debe utilizarse el teclado del sistema; como en este caso se tienen dos variables y pocas restricciones, no hay gran dificultad. Pero con muchas variables y restricciones, la situación puede cambiar dramáticamente. En otras aplicaciones, aún con un teclado dedicado, la interfaz no es amigable, y peor aún, las hay que en problemas sencillos como este dan resultados incorrectos. Esto último es un indicativo que siempre debe revisarse cuidadosamente en las aplicaciones en las que se va a confiar para trabajar este tipo de problemas.

En Android tuvieron el mejor desempeño tres aplicaciones gratuitas, Maxima On Android versión 3.2.1 (Honda, 2018), OR Simplex versión 3.4 (IMAS, 2017) y Linear Programming Grapher versión 2.3 (Zweig Media Team, 2021). Esta última sólo es útil para problemas con dos variables, con la ventaja que muestra la gráfica, pero lamentablemente no permite igualdades en las restricciones. OR Simplex puede manejar hasta 30 variables y 30 restricciones, muestra la tabla inicial y las iteraciones; además, tiene una interfaz amigable con el usuario.

Maxima On Android es un caso especial. Es la implementación en dispositivos móviles de Maxima (Maxima Team, 2021) en su versión 5.41.0, un sistema algebraico computacional (CAS, *Computer Algebra System*) de la categoría software libre multiplataforma (hay versiones para Microsoft Windows, macOS y Linux); tiene décadas de desarrollo y cuenta con un módulo especial para el método simplex. Esto lo hace muy superior a las demás aplicaciones, lo que no demerita a OR Simplex y Linear Programming Grapher como buenas opciones, sobre todo con pocas variables.

Respecto a iOS, los mejores resultados se tuvieron con LP Grapher, que es la misma aplicación que Android, sólo que en versión para iPhone, y Pocket CAS versión 2021.1 (Timing Software GmbH, 2021), que también es un caso especial. Pocket CAS es una aplicación de pago que implementa el sistema algebraico computacional Giac/Xcas (Parisse, 2021), el mismo que utiliza la calculadora programable HP Prime. Por lo tanto, en Pocket CAS los cálculos del método simplex se hacen de la misma manera que la calculadora, y por ende, se obtienen los mismos resultados. El caso 1 se resuelve en Giac introduciendo primero la matriz de coeficientes de las restricciones y como vectores los valores de las condiciones y la función objetivo, como se indica a continuación:

```
A:=[[-100 -120],[100 120],[-1 0.5],[1 0],[0 1]]
b:=[-100 120 0 1 1]
c:=[5670 11850]
```

```
simplex_reduce(A,b,c)
```

En este punto es importante comentar que para cuestiones matemáticas también es muy utilizado Wolfram Alpha (LLC, 2021), que si bien cuenta con la implementación de la programación lineal, requiere de conexión a internet permanente.

Caso 2

En esta situación, al tener 15 variables, se requiere tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Al manejar zonas y rendimientos, es preferible que las variables tengan dos subíndices para identificarlas mejor. De esta forma x_{11} es la fracción de la zona 1 que debe aprovecharse en el primer año; x_{21} la fracción de la segunda parcela en el primer año, y así sucesivamente. Maxima On Android es la única aplicación que permite manejar las variables de esta manera.

2. Una condición en particular, que cada zona pueda aprovecharse al 100% como máximo una vez en el periodo de tres años, implica que el planteamiento no puede hacerse en la forma canónica. Esto deja fuera a Pocket CAS y por consecuencia, a la calculadora programable; esta última podría manejar la situación si el usuario escribiera su propio programa.

3. El planteamiento se hace bastante complejo, por lo que también es fácil cometer errores. Entre más variables se tengan, esta situación se tornará más difícil. Considerando únicamente el número de variables y restricciones, Maxima On Android y OR Simplex, ambos en Android, son las aplicaciones que mejor pueden manejar esta situación. Pocket CAS (iOS) y la calculadora HP Prime requieren descomponer el problema en una matriz y dos vectores, dando un resultado también matricial. Si bien pueden resolver este problema de 15 variables, e incluso más, se torna engorroso introducir los datos.

Estos tres aspectos dejan fuera muchas aplicaciones, y sólo se tiene un claro vencedor, Maxima on Android, que como se comentó anteriormente, tiene un módulo dedicado al método simplex. Se carga a la memoria con la instrucción load(simplex), permite el uso de subíndices en las variables y no es necesario que el planteamiento esté en forma canónica. Si bien la interfaz es muy simple y usa el teclado del sistema, todo esto puede solucionarse haciendo una plantilla. A continuación, se muestra el planteamiento del caso 2, escrito como instrucción para Maxima, que es la misma para Maxima on Android (no olvidar ejecutar primero load(simplex)):

```
maximize_lp ( 5670*x11 + 11850*x21 + 13520*x31 + 35600*x41 + 44490*x51
+ 8740*x12 + 13810*x22 + 16390*x32 + 32530*x42 + 53580*x52
+ 10160*x13 + 15640*x23 + 22320*x33 + 26130*x43 + 52900*x53,

[ 100*x11 + 120*x21 + 160*x31 + 220*x41 + 400*x51 <= 450,
100*x12 + 120*x22 + 160*x32 + 220*x42 + 400*x52 <= 450,
100*x13 + 120*x23 + 160*x33 + 220*x43 + 400*x53 <= 450,

100*x11 + 120*x21 + 160*x31 + 220*x41 + 400*x51 >= 300,
100*x12 + 120*x22 + 160*x32 + 220*x42 + 400*x52 >= 300,
100*x13 + 120*x23 + 160*x33 + 220*x43 + 400*x53 >= 300,

x11 + x12 + x13 = 1,
x21 + x22 + x23 = 1,
x31 + x32 + x33 = 1,
x41 + x42 + x43 = 1,
x51 + x52 + x53 = 1,

x11 >= 0, x21 >= 0, x31 >= 0, x41 >= 0, x51 >= 0,
x12 >= 0, x22 >= 0, x32 >= 0, x42 >= 0, x52 >= 0,
x13 >= 0, x23 >= 0, x33 >= 0, x43 >= 0, x53 >= 0 ] )
```

Se tiene la enorme ventaja que es casi idéntico a lo que se haría normalmente en papel. Con pocas variables es sencillo introducir a Maxima el planteamiento, se tiene la ventaja de poder escribir la instrucción en varios renglones y dejar espacios. Si el número de variables a utilizar es elevado, y se conoce de antemano el tipo de situación con la que se trabajará en campo, se puede hacer una plantilla en un archivo de texto en la computadora, que

luego se pasa al dispositivo móvil. En este sólo es cuestión de cambiar los coeficientes, copiar y pegar. En realidad, es algo muy fácil de hacer, e incluso en el planteamiento se puede decidir si se usa o no variables de holgura. Todo se puede manejar sin mayores complicaciones.

El cálculo es prácticamente instantáneo en todos los dispositivos, incluso en los más antiguos; en el Cuadro 2 se muestran los resultados. El máximo volumen de madera que se puede obtener, cumpliendo las condiciones del caso, es de 135,482 m³ para la planeación a tres años. Para lograrlo, se requiere hacer la corta del 100% de la zona 4 y el 20% de la zona 5 para el aprovechamiento de 300 ha en el primer año. Para el segundo sólo es necesario hacer la corta al 80% de la zona 6, lo que implica 320 ha, y en el último año se pueden aprovechar completamente las tres primeras zonas. Ningún otro programa de manejo dará un aprovechamiento mayor al que se ha calculado.

Cuadro 2. Cortas a realizar a lo largo de tres años para producción máxima.

ZONA	AÑO 1		AÑO 2		AÑO 3	
1	x_{11}	0	x_{12}	0	x_{13}	1
2	x_{21}	0	x_{22}	0	x_{23}	1
3	x_{31}	0	x_{32}	0	x_{33}	1
4	x_{41}	1	x_{42}	0	x_{43}	0
5	x_{51}	0.20	x_{52}	0.80	x_{53}	0
ha	300		320		380	
m ³	44,498		42,864		48,120	

A modo de prueba se hizo un planteamiento de 100 variables con sus respectivas condiciones, utilizando números aleatorios; se incluyen variables de holgura para convertir las desigualdades en ecuaciones. El sistema es manejable con dispositivos móviles, aunque sólo puede hacerse de manera rápida y eficiente con Maxima on Android. La codificación es la siguiente (ejecutar primero load(simplex)):

(siguiente página)

Esto es inmanejable con las demás aplicaciones. En el dispositivo Android más antiguo, el teléfono celular, se pudo resolver el problema en 1:02 min, y con la tableta en 0:24 min. Se aumentó el número de variables y a 150 y 200, pero no pudo obtenerse resultados en la tableta. A pesar de ser en principio las mismas versiones de Maxima On Android, es evidente que no son idénticas. La entrada en la tableta está más limitada en cuanto a caracteres, pudiendo aceptar alrededor de 3,600.

El problema con 150 variables requiere de unos 6,500 caracteres, y el de 200 alrededor de 8,500. Así pues, no se trata de que la tableta no pueda llevar a cabo los cálculos, sino que está limitada la entrada de caracteres. La ventaja de las tiendas de aplicaciones es que puede establecerse contacto con el programador, para que se intente resolver este problema. Sin lugar a dudas, es más cómodo manejar este tipo de problemas en una tableta.

El teléfono celular sí pudo resolver los problemas, con tiempos de 2:26 min para 150 variables y 4:31 para 200. En un teléfono celular más moderno es de esperar que los tiempos se reduzcan a la cuarta parte.

$$\begin{aligned} \text{maximize_lp } & (x_{00} + 3*x_{01} - 4*x_{02} - 12*x_{03} + 4*x_{04} + 5*x_{05} + 2*x_{06} - 6*x_{07} + 3*x_{08} + 11*x_{09} \\ & + 2*x_{10} - 6*x_{11} + 5*x_{12} + 22*x_{13} + 5*x_{14} - 1*x_{15} - 1*x_{16} + 3*x_{17} + 5*x_{18} + 25*x_{19} \\ & - 6*x_{20} + 8*x_{21} + 6*x_{22} - 11*x_{23} + 2*x_{24} + 4*x_{25} + 4*x_{26} - 5*x_{27} - 4*x_{28} - 45*x_{29} \\ & + 8*x_{30} + 3*x_{31} - 1*x_{32} + 25*x_{33} + 6*x_{34} + 3*x_{35} - 5*x_{36} + 2*x_{37} + 8*x_{38} - 32*x_{39} \\ & + 4*x_{40} - 7*x_{41} + 6*x_{42} + 34*x_{43} + 8*x_{44} - 7*x_{45} + 6*x_{46} - 1*x_{47} - 2*x_{48} + 58*x_{49} \\ & - 2*x_{50} + 1*x_{51} - 9*x_{52} - 23*x_{53} + 3*x_{54} + 9*x_{55} + 9*x_{56} + 6*x_{57} + 5*x_{58} + 32*x_{59} \\ & + 10*x_{60} - 8*x_{61} + 4*x_{62} + 14*x_{63} + 2*x_{64} + 5*x_{65} - 6*x_{66} + 3*x_{67} + 3*x_{68} - 15*x_{69} \\ & + 2*x_{70} + 2*x_{71} - 5*x_{72} - 45*x_{73} + 7*x_{74} + 2*x_{75} - 7*x_{76} + 3*x_{77} - 8*x_{78} + 17*x_{79} \\ & - 9*x_{80} + 4*x_{81} - 3*x_{82} + 16*x_{83} + 1*x_{84} - 1*x_{85} + 1*x_{86} + 8*x_{87} + 4*x_{88} - 28*x_{89} \\ & + 7*x_{90} - 3*x_{91} + 1*x_{92} - 26*x_{93} + 8*x_{94} + 4*x_{95} + 2*x_{96} - 3*x_{97} + 1*x_{98} + 14*x_{99}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2*x_{00} + 3*x_{01} - 4*x_{02} + 12*x_{03} + 4*x_{04} + 5*x_{05} + 2*x_{06} - 6*x_{07} + 3*x_{08} - 11*x_{09} + u_0 &= 15, \\ 36*x_{10} - 1*x_{11} + 3*x_{12} + 17*x_{13} - 6*x_{14} - 3*x_{15} + 3*x_{16} + 5*x_{17} - 8*x_{18} + 10*x_{19} + u_1 &= 20, \\ 19*x_{20} + 0*x_{21} + 1*x_{22} + 13*x_{23} + 0*x_{24} - 1*x_{25} - 8*x_{26} + 9*x_{27} - 9*x_{28} - 21*x_{29} + u_2 &= 37, \\ 10*x_{30} - 2*x_{31} + 5*x_{32} - 21*x_{33} - 1*x_{34} + 7*x_{35} + 2*x_{36} + 0*x_{37} - 2*x_{38} + 33*x_{39} + u_3 &= 11, \\ 3*x_{40} + 5*x_{41} - 7*x_{42} - 15*x_{43} + 4*x_{44} + 9*x_{45} - 6*x_{46} + 1*x_{47} + 0*x_{48} + 13*x_{49} + u_4 &= 98, \\ 5*x_{50} + 9*x_{51} + 1*x_{52} + 18*x_{53} + 7*x_{54} + 4*x_{55} + 0*x_{56} + 3*x_{57} + 1*x_{58} - 24*x_{59} + u_5 &= 12, \\ 2*x_{60} - 1*x_{61} - 2*x_{62} - 10*x_{63} - 9*x_{64} - 2*x_{65} + 4*x_{66} - 2*x_{67} + 3*x_{68} + 45*x_{69} + u_6 &= 11, \\ 4*x_{70} + 2*x_{71} - 4*x_{72} + 11*x_{73} + 0*x_{74} + 0*x_{75} - 2*x_{76} + 1*x_{77} - 4*x_{78} - 21*x_{79} + u_7 &= 82, \\ 1*x_{80} + 6*x_{81} + 8*x_{82} + 13*x_{83} - 2*x_{84} - 1*x_{85} + 1*x_{86} - 2*x_{87} + 7*x_{88} - 12*x_{89} + u_8 &= 24, \\ 0*x_{90} - 5*x_{91} + 9*x_{92} + 23*x_{93} - 4*x_{94} + 5*x_{95} - 3*x_{96} + 6*x_{97} + 2*x_{98} + 11*x_{99} + u_9 &= 10, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{00} + x_{01} + x_{02} + x_{03} + x_{04} + x_{05} + x_{06} + x_{07} + x_{08} + x_{09} &= 1, \\ x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} &= 1, \\ x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} &= 1, \\ x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} &= 1, \\ x_{40} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{49} &= 1, \\ x_{50} + x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} + x_{59} &= 1, \\ x_{60} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} + x_{69} &= 1, \\ x_{70} + x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77} + x_{78} + x_{79} &= 1, \\ x_{80} + x_{81} + x_{82} + x_{83} + x_{84} + x_{85} + x_{86} + x_{87} + x_{88} + x_{89} &= 1, \\ x_{90} + x_{91} + x_{92} + x_{93} + x_{94} + x_{95} + x_{96} + x_{97} + x_{98} + x_{99} &= 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{00} \geq 0, x_{01} \geq 0, x_{02} \geq 0, x_{03} \geq 0, x_{04} \geq 0, x_{05} \geq 0, x_{06} \geq 0, x_{07} \geq 0, x_{08} \geq 0, x_{09} \geq 0, \\ x_{10} \geq 0, x_{11} \geq 0, x_{12} \geq 0, x_{13} \geq 0, x_{14} \geq 0, x_{15} \geq 0, x_{16} \geq 0, x_{17} \geq 0, x_{18} \geq 0, x_{19} \geq 0, \\ x_{20} \geq 0, x_{21} \geq 0, x_{22} \geq 0, x_{23} \geq 0, x_{24} \geq 0, x_{25} \geq 0, x_{26} \geq 0, x_{27} \geq 0, x_{28} \geq 0, x_{29} \geq 0, \\ x_{30} \geq 0, x_{31} \geq 0, x_{32} \geq 0, x_{33} \geq 0, x_{34} \geq 0, x_{35} \geq 0, x_{36} \geq 0, x_{37} \geq 0, x_{38} \geq 0, x_{39} \geq 0, \\ x_{40} \geq 0, x_{41} \geq 0, x_{42} \geq 0, x_{43} \geq 0, x_{44} \geq 0, x_{45} \geq 0, x_{46} \geq 0, x_{47} \geq 0, x_{48} \geq 0, x_{49} \geq 0, \\ x_{50} \geq 0, x_{51} \geq 0, x_{52} \geq 0, x_{53} \geq 0, x_{54} \geq 0, x_{55} \geq 0, x_{56} \geq 0, x_{57} \geq 0, x_{58} \geq 0, x_{59} \geq 0, \\ x_{60} \geq 0, x_{61} \geq 0, x_{62} \geq 0, x_{63} \geq 0, x_{64} \geq 0, x_{65} \geq 0, x_{66} \geq 0, x_{67} \geq 0, x_{68} \geq 0, x_{69} \geq 0, \\ x_{70} \geq 0, x_{71} \geq 0, x_{72} \geq 0, x_{73} \geq 0, x_{74} \geq 0, x_{75} \geq 0, x_{76} \geq 0, x_{77} \geq 0, x_{78} \geq 0, x_{79} \geq 0, \\ x_{80} \geq 0, x_{81} \geq 0, x_{82} \geq 0, x_{83} \geq 0, x_{84} \geq 0, x_{85} \geq 0, x_{86} \geq 0, x_{87} \geq 0, x_{88} \geq 0, x_{89} \geq 0, \\ x_{90} \geq 0, x_{91} \geq 0, x_{92} \geq 0, x_{93} \geq 0, x_{94} \geq 0, x_{95} \geq 0, x_{96} \geq 0, x_{97} \geq 0, x_{98} \geq 0, x_{99} \geq 0, \end{aligned}$$

$$u_0 \geq 0, u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, u_3 \geq 0, u_4 \geq 0, u_5 \geq 0, u_6 \geq 0, u_7 \geq 0, u_8 \geq 0, u_9 \geq 0 \quad])$$

Conclusiones

Es completamente viable determinar un programa de manejo forestal utilizando dispositivos móviles, sin tener acceso a internet, e incluso si el número de variables a considerar es elevado. De las dos plataformas más importantes del mercado, la más adecuada es Android, y en específico la aplicación Maxima On Android. Esta aplicación es gratuita y permite establecer planteamientos que pudieran o no estar en forma canónica, se puede elegir si se usan variables de holgura e incluso pueden incluirse ecuaciones en las restricciones. El número de variables que pueden manejarse está limitado por la memoria del dispositivo, aspecto que no es tan restrictivo incluso en equipos de gama media modernos. Es importante considerar que las versiones de teléfono y tableta no son iguales, la segunda está más limitada en el número de caracteres que puede aceptar.

Si no se tiene un número grande de variables, pueden utilizarse dispositivos iOS con aplicaciones como Pocket CAS; en cuanto a calculadoras programables, la HP Prime tiene un comando dedicado al método simplex. En ambos casos debe tenerse en cuenta que los problemas deben estar en la forma canónica.

Nota final

Todas las marcas comerciales de productos y compañías mencionadas en este trabajo son propiedad de sus respectivos dueños.

Literatura citada

- Desmos. 2021. Desmos Calculator. <https://www.desmos.com> (consultado 15 marzo 2021).
- Geogebra. 2021. Geogebra Clásico. <https://www.geogebra.org>. (consultado 19 marzo 2021).
- Honda, Y. 2018. Maxima On Android. https://play.google.com/store/apps/details?id=jp.yhonda&hl=es_419&gl=US. (consultado 2 abril 2021).
- IMAS. 2017. OR Simplex. https://play.google.com/store/apps/details?id=testbachirhabib.highdimensionalorsimplex&hl=es_419&gl=US. (consultado 6 abril 2021).
- Kaya, A., P. Bettinger, K. Boston, R. Akbulut, Z. Ucar, J. Siry, K. Merry y C. Cieszewski. 2016. Optimisation in Forest Management. *Current Forestry Reports* 2(1):1–17. <https://doi.org/10.1007/s40725-016-0027-y>
- Liittschwager, J.M. y T.H. Tcheng. 1967. Solution of a Large-Scale Forest Scheduling Problem by Linear Programming Decomposition. *Journal of Forestry* 65(9):644–646.
- Maxima Team. 2021. Maxima, A computer Algebra System. <https://sourceforge.net/projects/maxima>. (consultado 2 abril 2021).
- Nieuwenhuis, M. 1989. Operations research in forestry. *Irish Forestry* 46(1):51–58.
- Parisse, B. 2021. Giac/XCAS. <http://www-fourier.univ-grenoble-alpes.fr/~parisse/giac.html>. (consultado 15 abril 2021).
- Segura, M., D. Ray y C. Maroto. 2014. Decision support systems for forest management: A comparative analysis and assessment. *Computers and Electronics in Agriculture* 10155–67. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2013.12.005>
- Timing Software GmbH. 2021. Pocket CAS. <https://pocketcas.com>. (consultado 19 marzo 2021).
- Wolfram Alpha, LLC. 2021. WolframAlpha. <https://www.wolframalpha.com>. (consultado 30 marzo 2021)
- Yamada, Y. 2020. Optimization of regional forest planning with multiple decision-makers. *Journal of Forest Research* 25(6):379–388. <https://doi.org/10.1080/13416979.2020.1807694>
- Zweig Media Team. 2021. Linear Programming Grapher. https://play.google.com/store/apps/details?id=com.zweigmedia.lpgrapherapp&hl=es_419&gl=US. (consultado 19 marzo 2021).